

11 класс

1. Найдите все натуральные n такие, что $n+2S(n)=2025$, где $S(n)$ – сумма цифр числа n .
2. После товарищеского матча по футболу две команды (каждая из которых состоит из 18 игроков, включая 2 вратарей и запасных игроков) решили поехать на озеро искупаться. Им предоставили два автобуса вместимостью 18 человек каждый. Игроки двух команд расселись в эти автобусы случайным образом. Найдите вероятность того, что в каждом из автобусов оказалось ровно по 2 вратаря.
3. Задан многочлен $P(x) = x^2 - a$. При всех a найти многочлен четвертой степени $Q(x)$, коммутирующий с $P(x)$, то есть такой, что $P(Q(x)) = Q(P(x))$ при всех x .
4. В пространстве прямолинейно с постоянными (не обязательно равными) скоростями движутся три точки. В некоторый момент времени они не находились на одной прямой. Могут ли они после этого оказаться на одной прямой более двух раз?
5. Дан правильный тетраэдр с ребром 1. Найдите наибольшую площадь его ортогональной (перпендикулярной) проекции на некоторую плоскость.
6. Найдите уравнение третьей степени с целыми коэффициентами, корнями которого являются значения $\cos \frac{2\pi}{7}$, $\cos \frac{4\pi}{7}$ и $\cos \frac{8\pi}{7}$ (требуется явно найти коэффициенты уравнения).